PARCIAL 2

Métodos Numéricos

Programa de Ing. Agroindustrial

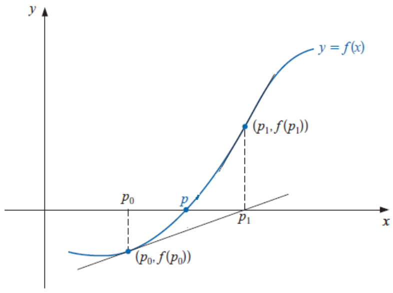
Prof. Juan Deavila

Solución Numérica de Ecuaciones en Una Variable e Interpolación Polinomial

1. Usando el método de punto-fijo, determinar una aproximación para la raíz de la función f definida por $f(x) = 3x^2 - e^{-x}$ en el intervalo $[0, 1]$ con una tolerancia de 10^{-2}. (Elija una función g que cumpla con las hipótesis del teorema de punto-fijo)

2. La siguiente gráfica muestra la forma como funciona el método de Newton-Raphson para aproximar una raiz P de una función f: dado el valor inicial P_0 se traza la recta tangente a la curva de f en el punto $(P_0, f(P_0))$ luego el siguiente valor aproximado P_1 es la intercepción de esta recta con el eje x. Deducir la fórmula de recurrencia del método de Newton-Raphson apartir de estos datos.

   Sugerencia: Considere la ecuación punto-pendiente de la recta dada en la gráfica.



3. Aplique el método de Newtom-Raphson para aproximar la solución de la ecuación $x^2 - e^{-x} = 0$ que se encuentra en el intervalo $[0, 1]$. Usar $P_0 = 0{,}5$ y detener el proceso en la iteración número N tal que $|f(P_N)| < 10^{-3}$.

4. Sean f un polinomio de grado menor o igual que n y P_n el polinomio interpolante (de Lagrange) de f en los $n+1$ nodos distintos $x_0, x_1, ..., x_n$ de un intervalo $[a, b]$. Verificar que $P_n(x) = f(x)$ para todo $x \in [a, b]$.

5. Sean $L_0(x), L_1(x), ..., L_n(x)$ los $n + 1$ polinomios que forman el polinomio interpolante de Lagrange en los $n+1$ nodos $x_0, x_1, ..., x_n$ de un intervalo $[a, b]$. Verificar que $\sum_{k=0}^{n} L_k(x) = 1$ para cualquier $x \in [a, b]$.

6. Usar el polinomio de Lagrange $P(x)$ que aproxima la función $f(x) = \ln x$ en el intervalo $[1, 3]$ para determinar el valor de $P(2)$ usando los nodos $x_0 = 1, x_1 = 1{,}5, x_2 = 2, x_3 = 2{,}5, x_4 = 3$.

7. Determinar el polinomio interpolante de Newton que interpola una función cuya gráfica contiene los siguientes puntos $(1, 2), (2, 3), (3, 2)$.

8. Suponga que f es una función continua en el intervalo $[-1, 3]$ tal que $f(-1) = 1$, $f(2) = -2$ y $f(3) = 5$ y considere la base para el espacio vectorial de todos los polinomios de grado menor o igual que dos formada por las funciones $\psi_1(x) = 1 - 2x$, $\psi_2(x) = x^2 + 1$, $\psi_3(x) = 2 + x - x^2$. Determinar el polinomio que aproxima la función f en el intervalo $[-1, 3]$.

Fecha de entrega: 26/09/2017.