TRABAJO DE ÁLGEBRA LINEAL

Programa de Ing. Agroindustrial

Prof. Juan Deavila

NOTA: Este trabajo se debe presentar el día 16 de Marzo de 2018. Se debe trabajar en grupos de mínimo 4 estudiantes y máximo 6 estudiantes. Recuerde que la nota de este trabajo representa el 30 % de la nota final del primer corte.

1. Utilizar el método de eliminación de Gauss-Jordan para Resolver los siguientes sistemas de ecuaciones lineales:

$$a)\ \begin{cases} 2x_1 - x_2 + x_3 = -1 \\ 2x_1 + 2x_2 + 2x_3 = 4 \\ -x_1 - x_2 + 2x_3 = -5 \end{cases}$$

$$b)\ \begin{cases} 2x_1 - 7x_2 = 1 \\ 3x_1 + 5x_2 = 3 \\ 4x_1 - 3x_2 = 2 \end{cases}$$

$$c)\ \begin{cases} x_1 - 2x_2 - x_3 + 3x_4 = 0 \\ -2x_1 + 4x_2 + 5x_3 - 5x_4 = 3 \\ 3x_1 - 6x_2 - 6x_3 + 8x_4 = 2 \end{cases}$$

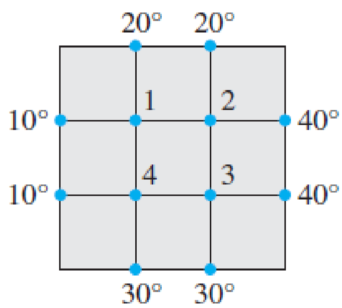
$$d)\ \begin{cases} x_2 + 4x_3 = -5 \\ x_1 + 3x_2 + \, + 5x_3 = -2 \\ 3x_1 + 7x_2 + 7x_3 = 6 \end{cases}$$

$$e)\ \begin{cases} x_1 - 3x_2 + 4x_3 = -4 \\ 3x_1 - 7x_2 + 7x_3 = -8 \\ -4x_1 + 6x_2 - x_3 = 7 \end{cases}$$

$$f)\ \begin{cases} x_1 - 3x_3 = 8 \\ 2x_1 + 2x_2 + 9x_3 = 7 \\ x_2 + 5x_3 = -2 \end{cases}$$

$$g)\ \begin{cases} x_1 \quad 2x_4 = -3 \\ 2x_2 + 2x_3 = 1 \\ -2x_1 + 3x_2 + 2x_3 + x_4 = 5 \end{cases}$$

2. Un aspecto importante en el estudio de la transferencia de calor es determinar la distribución de la temperatura en estado estable sobre una placa delgada cuando se conoce la temperatura presente alrededor de los bordes. Suponga que la placa mostrada en la figura representa la sección transversal de una viga de metal, con un flujo de calor insignificante en la dirección perpendicular a la placa. Sean $T_1, \cdots, T_4$ las temperaturas en los cuatro nodos interiores de la malla que se muestra en la figura. En un nodo, la temperatura es aproximadamente igual al promedio de los cuatro nodos más cercanos (a la izquierda, arriba, a la derecha y abajo).



Escriba un sistema de cuatro ecuaciones cuya solución proporcione un estimado para las temperaturas $T1, \cdots, T_4$. Resuelva el sistema de ecuaciones encontrado usando el método de eliminación de Gauss-Jordan.

3. Resolver el siguiente sistema de ecuaciones lineales homogéneo:
$$\begin{cases} 2x_1 - 7x_2 = 0 \\ 3x_1 + 5x_2 = 0 \\ 4x_1 - 3x_2 = 0 \end{cases}$$

4. Dadas las matrices A, B y X, resuelva la ecuación $AX = B$:
$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 4 \\ 0 & 1 & 5 \\ -2 & -4 & -3 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} -2 \\ 2 \\ 9 \end{bmatrix} \text{ y } X = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix}.$$

5. Dadas las matrices A, B y X:
$$A = \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ -6 & 3 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \end{bmatrix} \text{ y } X = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix}$$
¿ Existe alguna matriz B de tal manera que el sistema $AX = B$ sea compatible determinado?; ¿ Existe alguna matriz B de tal manera que el sistema $AX = B$ sea compatible indeterminado?; ¿ Existe alguna matriz B de tal manera que el sistema $AX = B$ sea incompatible ?

6. Determinar las matrices inversas (si existen) de las siguientes matrices:

   a) $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 4 \\ 0 & 1 & 5 \\ 2 & 4 & 3 \end{bmatrix}$

   b) $A = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & 4 & 0 \\ 0 & 0 & 6 \end{bmatrix}$

   c) $A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \end{bmatrix}$

7. ¿Para qué valores de m la matriz A no admite matriz inversa?
$$A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & m \\ m & 0 & -1 \\ 6 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

8. Determine el determinante de las siguiente matrices:

   a) $A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 4 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{bmatrix}$

   b) $A = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 0 & -1 \\ 0 & -1 & 0 & 3 \\ -2 & 1 & 1 & -2 \\ 3 & 2 & 0 & 1 \end{bmatrix}$

9. Mostrar un ejemplo deonde se verifique la siguiente propiedad:

   El determinante de un producto de matrices cuadradas es igual al producto de sus determinantes. Si $A_{n\times n}, B_{n\times n}$, entonces $\det(AB) = \det(A)\det(B)$.

10. Determinar la matriz adjunta de la matriz A. Luego, determine la matriz inversa de A usando la matriz adjunta de A.
$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 0 \end{bmatrix}$$

11. Usar el resultado del ejercicio 6.c para resolver el sistema $AX = B$, donde $A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} 2 \\ 2 \\ 2 \end{bmatrix}$ y $X = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix}$.